

分数指導に関する一考察

群馬大学教育学部学校教育教員養成課程数学専攻

99111014 鈴木 健一

<目次>

はじめに

第 1 節 研究の動機と目的

第 2 節 研究の方法

第 1 章 分数の性質

第 1 節 分数の歴史

第 2 節 分数の種類

第 3 節 日本の文化からみた分数

第 2 章 分数の指導内容

第 1 節 学習指導要領における分数

1 - 1 現行の学習指導要領における分数の取り扱い

1 - 2 平成元年度版学習指導要領における分数の取り扱い

第 2 節 学習指導要領の改訂による分数指導の変化

第 3 節 教科書における分数の取り扱い

第 3 章 分数での子どもをつまずき

第 1 節 分数でのつまずき

第 2 節 分数の計算におけるつまずき

第 4 章 つまずきをなくす分数指導

第 1 章 分数の除法の意味と計算

1 - 1 分数の除法の計算

1 - 2 分数の除法が難しいとされる原因

第 2 節 分数の除法の授業実践

2 - 1 分数指導における算数的活動

2 - 2 活動を取り入れた授業実践例

<研究の動機と目的>

まず、分数の学習が難しいとされるのはどうしてかということである。バイトなどの経験を通して分数の計算につまずきを起こす子どもを見てきた。分数は小学校の学習の中で最も難しい教材とされる。その難しいとされる原因を追究しようと考えた。また、本論文では、四則演算のなかの除法を中心に研究を進めた。

また、今年度からの学習指導要領の改訂によってどのような変化があるのかということである。その中の一つとして、これまでは 4 年間で完成していたものを、今年度から 3 年間で完成することになった。これが子どもたちにはどのような影響があるのかを考察した。そして、これらの研究を通して、分数を理解するとはどういうことなのかを考察したいと思い、このテーマを設定した。

<分数を学習する意義> まず、分数とその計算を扱うようになると、数や演算の世界が一段と広がるということが考えられる。これまでは整数と小数を扱ってきた。有理数を表す場合には分数と小数の 2 通りの方法があるが、分数で表すのが基本である。例として、 $2 \div 3$ の計算を考える。小数の場合は $0.666\dots$ と循環小数になってしまうが、分数の場合 $2/3$

と一つの数として表すことができる。有理数を小数で表示しようとする、有限小数か循環小数になる。循環小数の場合には計算を進めようとしても困難になるだけである。そのために分数を用いると数の世界を広げられるのである。それに対して、小数は実用性に優れている。

また、高度な数学を学ぶときに分数は欠かせないことがあげられる。中学校や高校で数学を学習する中でも用いられる。つまり、数学を学んでいく上で分数は欠かせないものである。

< 分数の種類 >

ここでは、操作の分数、関係の分数、量分数をあげる。

操作の分数：ある量をいくつかに分けて、いくつか集めるという操作を表す分数。これは同じ操作をしても基準とする量が違えば操作後の量も変わってしまう。

関係の分数：2つのものを比べる分数。

操作の分数と関係の分数は、割合を表わしている。そこで、割合分数と呼ばれている。

量分数：きちんとした量を表す分数。単位が決まっているので、量は変わらない。また量の実体があるのでわかりやすい。

割合分数と量分数を区別して考えられるようになることが必要である。量として分数を理解していないと四則演算のときにつまずいてしまう。しかし、子どもが理解できるかということには疑問を感じる。そのために、教師が量分数に重点をおいて指導することが必要である。

< 分数の難しさ >

第一に、分数は2つの数字(分母、分子)を用いて1つの数を表すことである。これまでに学習をしている整数や小数の場合には、1つの数で1つの量を表わすという明確な関係があるために受け入れやすい。整数や小数との大きな違いである。

分数では10進法で考えられない場合がある。これは分数の大小比較するときが例としてあげられる。 $\frac{2}{5}$ と $\frac{4}{5}$ のような同分母分数を比較する場合には、分子が大きければ数としても大きい。つまり10進法を適用できる。しかし、 $\frac{3}{7}$ と $\frac{3}{5}$ のような異分母分数の大小を比較する場合には、分母が大きいかからといって、表す量も大きくなる。つまり、10進法で考えることができないのである。これは分数独特の考え方である。

さらに、分数の意味が多様であることがあげられる。算数の授業では、量を表わす分数を使っている。そして、四則演算ではこの量分数を用いて学習を進めている。しかし、日常生活の中で分数を用いるときには、「～の3つに分けたいくつ分」という使い方をすることが多い。これは「～の3分の1」のように「～の」をつけて考えている。つまり、全体を1として等分割をイメージしているので、物が変われば表している量も変わる。つまり、生活の中で用いられるものは、量としてではなく、割合としての分数を用いることが多い。このような状況では、分数の意味を理解することができない。そのために、量としての分数を重視するべきであると考えられる。

つまり、分数そのものが難しいということに加えて、子どもがこれまでに整数や小数を学習していく段階に身につけた知識である10進法などが、分数の理解を妨害していると考えられる。

える。

<分数の除法におけるつまずき>

分数の四則演算の中でも除法は最も難しいといわれる。そこで、加法、減法などに比べてどのようなことが難しいのかを考える。

まず第一に、計算問題はできるが、文章題で立式できないことがあげられる。これは分数を連続量としてではなく分離量として考えていることが原因であると考えられる。このように考えていると、分数を連続量と認識していないために、文章に分数の値が含まれているだけで、文章の意味を理解することができなくなってしまうと考えることができる。

第二に、除法を累減と考えていることがある。子どもたちはこれまでに除法の意味としては等分除と包含除を学習している。この2つの意味を理解しているとはいえない。子どもたちは問題の形態として意識している。そのために、商は被除数よりも小さくなると認識している。しかし、除数が真分数の計算では、商が被除数よりも大きくなってしまいうために混乱してしまうのである。これは、除法を形式的に処理できても、計算の意味を理解できていないために起こるつまずきであると考えられる。

<つまずきをなくすために>まず、除法は分けるという操作を表す演算であるので、(1あたり量)を求める計算を基本にすることが必要である。また、除法の種類を堀部佑子は次の5つに分類している。

$$\text{外延量} \div \text{外延量} = \text{内包量 (1あたり量)}$$

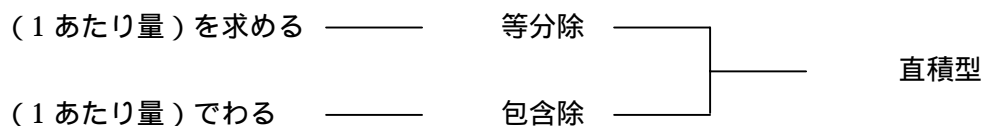
$$\text{外延量} \div \text{内包量 (1あたり量)} = \text{外延量}$$

$$\text{外延量} \div \text{外延量} = \text{外延量} \quad (\text{直積型})$$

$$\text{外延量} \div \text{倍} = \text{外延量} \quad (\text{等分除})$$

$$\text{外延量} \div \text{外延量} = \text{倍} \quad (\text{包含除})$$

また、次のように学習を進めることがよいとしている。



また、子どもたちに作問させることも有効である。これは分数を分離量ではなく、連続量として考えられるようにすることが目的である。子どもは連続量や分離量を意識して使っていることはない。しかし、分数も小数も同じ連続量を測る方法である。小数の場合は10進構造をもっているのが考えやすいが、分数では難しい。そのために作問して、クラスで話し合いをする時間をつくり、よいところ悪いところを指摘し、分数は連続量であることを気づかせることができる必要がある。

また、今回の改訂で「小数の場合の計算の考え方を基にして」が付け加えられた。これは連続量を表わす小数と分数の計算を関連づけることであると考えられる。小数は分数よりも先に学習を完成しているために、小数の学習を基にすることは有効である。小数の計算を基にすると、真分数でわる計算は、真小数でわる場合の計算を基にして考えると、商が被除数よりも大きくなるのが予想できる。その後、分数の計算を行うことにより、つまずきを防げると考える。

また、子どもは分数と接する機会が少ないために、分数の除法の必要性を感じない。そこ

で、問題の数値を整数や小数から、分数に発展させることによって、分数でも除法ができることに気づかせることも必要である。

<算数的活動を取り入れた授業>

今回の学習指導要領の改訂に加えられた「算数的活動」を取り入れた授業をする必要があると考える。そして、分数の除法で行われる活動とは、タイルや数直線などを操作して、計算の方法や意味を理解することであると考えた。子どもにとっても式だけの変形で考えるよりも、タイルや数直線などを使うことによって、シェーマ（半具体物）としての役割を果たすために理解を助ける。また、視覚的にとらえて考えることができるので理解しやすくなると考える。ここで、山本昭博は教具の長所、短所を次のように述べている。

数直線：数直線は分数の除法だけでなく、計算方法を考える際にも有効である。

線分図：包含除の場面で、分数の除法の計算方法を考えるときに使われる。

面積図：面積図は、分数の乗法では子どもたちの理解も容易であるが、分数の除法の場面では、理解に困難を感じる子どもは多い。しかし、計算方法が図の上ではっきりと表されるので指導によっては効果がある。

すべてに長所、短所があるために1つの教材を使い続けるよりも、2つのものを組み合わせるほうが考えやすくなるのではないかと考えた。実践例の中にも、面積図と線分図を組み合わせで用いているものがたくさんあった。分数の除法はタイルや数直線で表すことが難しいとされる。しかし、操作を通して計算方法を見つけることで、計算の意味を理解できるようになるのではないかと考えた。

また、教具を用いるときには問題点もたくさんある。一つとして、分数の乗法を面積図で解決した子どもは除法でも面積図を使って考えたいはずである。教師は授業でどんな教具を用意するのか考える必要がある。また、分数は3年間にわたって指導される。その間で子どもたちは成長している。そのために3年間同じものを使うのか、各学年で違うものを使うのかを考える必要がある。

小学校6年生くらいになると、図を式だけで考えることができるようになる。しかし、具体的な問題で考えられる小学生の段階では、教具をたくさん使い、計算の意味を理解すべきである。小学校での学習はこれからの基礎となるものであるので、しっかりと理解できるようにするべきである。

<おわりに>

本論文を進める中で、分数のわり算は小学校の集大成であると感じた。分数の除法は、整数や小数の乗法・除法、分数の乗法など、これまでに学習していることをすべて用いて計算の方法をつくり出すことができる。これを子どもに経験させることによって、算数に対する学習観を広げ、創造的に取り組む態度を育てることになる。

また、これまでは計算をできるようにすること、つまり「できる」ようになることが重視されていた。また、答えを求める手続きを形式的に「覚える」ことを重視するべきでもない。「生きる力」を身につけさせるために、子どもがこれまでの学習をもとにして、計算の仕方をつくり出すことが必要である。そして、計算の方法や意味を理解することが、分数を理解することになると考えた。